

Matrizes, Fatores e Listas

Matrizes

- Todas as colunas tem de ter o mesmo comprimento e conter o mesmo tipo de dados (numérico, caracter, etc.)
- `matrix(vector, nrow=r, ncol=c, byrow=F, dimnames=list(char_vector_rownames, char_vector_colnames))`
 - √ `byrow=TRUE`: matriz deve ser montada pelas linhas.
 - √ `dimnames`: nomes para linhas e colunas (opcional)

Laboratório de Estatística - 2020

53

Exemplos

- Criação de matrizes

```
# gera matriz numérica 5 x 4
y <- matrix(1:20, nrow=5, ncol=4)

# outro exemplo
celulas <- c(1, 26, 24, 68)
rnomes <- c("R1", "R2")
cnomes <- c("C1", "C2")
minha.matriz <- matrix(celulas, nrow=2, ncol=2, byrow=TRUE,
  dimnames=list(rnomes, cnomes))
```

Laboratório de Estatística - 2020

54

Exemplos

- Matrizes a partir de combinação de objetos

```
x <- c(11, 12, 13)          # Cria um vetor 'x' com 3 valores
y <- c(55, 33, 12)          # Cria um vetor 'y' com 3 valores
rbind(x, y)                 # Combina os vetores em linhas e
                             # cria uma matriz 2 x 3
cbind(x, y)                 # Combina os vetores em colunas e
                             # cria uma matriz 3 x 2
biometria <- cbind(peso, altura, imc) # cria matriz de dados
biometria
```

Laboratório de Estatística - 2020

55

- Atribuindo nomes às linhas e colunas

```
> x<-matrix(1:12,nrow=3,byrow=F)
> rownames(x)<-c('Primeira','Segunda','Terceira')
> colnames(x)<-LETTERS[1:4]
> x
      A B C D
Primeira 1 4 7 10
Segunda  2 5 8 11
Terceira 3 6 9 12
```

Laboratório de Estatística - 2020

56

Desconstrução de Matriz

- Podemos desconstruir uma matriz aplicando a função `c`
 $\sqrt{\text{Combina todas as colunas em um vetor}}$

```
c(minha.matriz) # Combina todas as colunas em um vetor
```

Laboratório de Estatística - 2020

57

Matrizes – Indexação

- Identificação de linhas, colunas ou elementos usando subscritos.

```
# Cria matriz com 20 números aleatórios de normal padrão
x <- matrix(rnorm(20), ncol = 4)

x[,4]           # 4ª coluna da matriz
x[3,]           # 3ª linha da matriz
x[2:4,1:3]      # linhas 2,3 e 4 das colunas 1,2 e 3
X[c(1,3), c(2, 4)] # linhas 1 e 3 das colunas 2 e 4
```

Laboratório de Estatística - 2020

58

Construção de Matrizes

✓ Comando `matrix()`:

```
> # construção de matriz com matrix()
> mat <- matrix(c(1, 0, 0, 1), nrow = 2, ncol = 2, byrow = TRUE)
> mat
```

	[,1]	[,2]
[1,]	1	0
[2,]	0	1

✓ Comando `is.matrix()`:

- Testa se um objeto é uma matriz (TRUE)

```
> # verifica se objeto é matriz
> is.matrix(mat)
[1] TRUE
```

Laboratório de Estatística - 2020

59

✓ Veja só o objeto `df`, que é um data frame

```
> df <- data.frame(x = c(1, 0), y = c(0, 1))
> df
  x y
1 1 0
2 0 1
> is.matrix(df)
[1] FALSE
```

– Embora as saídas de `df` e `mat` sejam semelhantes, `df` não é uma matriz.

✓ Você pode converter `df` em objeto do tipo `matrix`

```
> # conversão em objeto tipo matrix
> df.mat <- as.matrix(df)
> is.matrix(df.mat)
[1] TRUE
> df.mat
  x y
[1,] 1 0
[2,] 0 1
```

Laboratório de Estatística - 2020

60



• Outras matrizes

✓ Matriz de zeros

```
> # matriz de zeros
> zeros <- matrix(0, 3, 2)
> zeros
     [,1] [,2]
[1,]    0    0
[2,]    0    0
[3,]    0    0
```

✓ Matriz de uns

```
> # matriz de zeros
> zeros <- matrix(0, 2, 3)
> zeros
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    0    0    0
[2,]    0    0    0
```

Laboratório de Estatística - 2020

61

**Matriz Diagonal**• A matriz `mat` é diagonal✓ Pode ser construída pelo comando `diag()`.

```
> # construção de matriz diagonal
> m1 <- diag(2:3)
> m1
     [,1] [,2]
[1,]    2    0
[2,]    0    3
> # matriz com valores iguais na diagonal
> m2 <- diag(2, nrow = 3)
> m2
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    2    0    0
[2,]    0    2    0
[3,]    0    0    2
```

Laboratório de Estatística - 2020

62

✓ Construção de matriz identidade com `diag()`.

```
> # matriz identidade
> m3 <- diag(2)
> m3
     [,1] [,2]
[1,]    1    0
[2,]    0    1
> n <- 10
> m4 <- diag(n)
> m4
```

✓ Construção da matriz da diagonal de matriz

```
> # Matriz diagonal da diagonal de outra matriz
> S <- matrix(c(2, 1, 4, 3, 2, 2, -2, 2, 3), nrow = 3, byrow = T)
> S
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    2    1    4
[2,]    3    2    2
[3,]   -2    2    3
> diag(diag(S))
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    2    0    0
[2,]    0    2    0
[3,]    0    0    3
```

Laboratório de Estatística - 2020

63



Álgebra Matricial



• Exemplo com matrizes quadradas

✓ Construção de matrizes:

```
> # Construção das matrizes quadradas mat1 e mat2
> mat1 <- matrix(c(0, 2, 1, 0), nrow = 2, ncol = 2, byrow = TRUE)
> mat1
      [,1] [,2]
[1,]    0    2
[2,]    1    0
> mat2 <- matrix(1:4, nrow = 2, byrow = F)
> mat2
      [,1] [,2]
[1,]    1    3
[2,]    2    4
```

Laboratório de Estatística - 2020

64



• Adição de matrizes:

✓ Exige matrizes de mesma dimensão

```
> # Adição de matrizes
> mat1 + mat2
      [,1] [,2]
[1,]    1    5
[2,]    3    4
```

• Multiplicação por escalar

```
> # multiplicação por escalar
> 2 * mat2
      [,1] [,2]
[1,]    2    6
[2,]    4    8
```

Laboratório de Estatística - 2020

65



• Multiplicação de matrizes:

✓ Sempre possível com matrizes quadradas de mesma dimensão

✓ Potência de matrizes:

– Possível apenas para matrizes quadradas

```
> # potência de matrizes
> mat2 %*% mat2
      [,1] [,2]
[1,]    7   15
[2,]   10   22
```

Laboratório de Estatística - 2020

66



• Inversa de uma matriz:

✓ Dada a matriz A, se existir sua inversa (A^{-1}), então

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

```
> # inversa da matriz
> mat2.inv <- solve(mat2)
> mat2.inv
      [,1] [,2]
[1,]   -2  1.5
[2,]    1 -0.5

> # conferência
> mat2 %*% mat2.inv
      [,1] [,2]
[1,]    1    0
[2,]    0    1
> mat2.inv %*% mat2
      [,1] [,2]
[1,]    1    0
[2,]    0    1
```

Laboratório de Estatística - 2020

67



• Multiplicação elemento a elemento de matrizes de mesma dimensão

✓ Resultado do uso do operador * entre matrizes de mesma ordem

```
> mat2
  [,1] [,2]
[1,]  1   3
[2,]  2   4

> # produto entre elementos de matrizes
> mat2 * mat2
  [,1] [,2]
[1,]  1   9
[2,]  4  16

> # produto entre matrizes
> mat2 %*% mat2
  [,1] [,2]
[1,]  7  15
[2,] 10  22
```

Laboratório de Estatística - 2020

68



• Exemplo com matrizes retangulares

✓ Construção das matrizes

```
> # ----- matrizes retangulares
> # construção matrizes
> mat.A <- matrix(c(2, 3, -2, 1, 2, 2), nrow = 3, byrow = F)
> mat.A
  [,1] [,2]
[1,]  2   1
[2,]  3   2
[3,] -2   2
> dim(mat.A)
[1] 3 2
> mat.B <- matrix(c(2, 1, 3, -2, 2, 1), nrow = 2, byrow = T)
> mat.B
  [,1] [,2] [,3]
[1,]  2   1   3
[2,] -2   2   1
> dim(mat.B)
[1] 2 3
```

Laboratório de Estatística - 2020

69



• Multiplicação de matrizes:

✓ Só é possível se quantidade de colunas da matriz da esquerda é igual à quantidade de linhas da matriz da direita

✓ O produto $\text{mat.A} \times \text{mat.B}$:

– $(3 \times \underline{2}) (\underline{2} \times 3)$: é possível e o resultado será uma matriz 3×3

```
> # produto das matrizes
> mat.A %*% mat.B
  [,1] [,2] [,3]
[1,]  2   4   7
[2,]  2   7  11
[3,] -8   2  -4
```

Laboratório de Estatística - 2020

70



✓ O produto $\text{mat.B} \times \text{mat.A}$:

– $(2 \times \underline{3}) (\underline{3} \times 2)$: é possível e o resultado será uma matriz 2×2

```
> # produto das matrizes
> mat.B %*% mat.A
  [,1] [,2] [,3]
[1,]  2   4   7
[2,]  2   7  11
[3,] -8   2  -4
```

Laboratório de Estatística - 2020

71



Matriz Transposta



- As linhas tornam-se colunas e as colunas, linhas

✓ Comando: `t ()`

```
> # transpostas
> t(mat.A)
      [,1] [,2] [,3]
[1,]  2    3   -2
[2,]  1    2    2
> t(mat.B)
      [,1] [,2]
[1,]  2   -2
[2,]  1    2
[3,]  3    1
> t(t(mat.B))
      [,1] [,2] [,3]
[1,]  2    1    3
[2,] -2    2    1
```

Laboratório de Estatística - 2020

72



✓ Produto entre as matrizes e sua transpostas



```
> # produto entre a matriz e sua transposta
> mat.A %*% t(mat.A)
      [,1] [,2] [,3]
[1,]  5    8   -2
[2,]  8   13   -2
[3,] -2   -2    8
> t(mat.A) %*% mat.A
      [,1] [,2]
[1,]  17    4
[2,]  4    9
> mat.B %*% t(mat.B)
      [,1] [,2]
[1,]  14    1
[2,]  1    9
> t(mat.B) %*% mat.B
      [,1] [,2] [,3]
[1,]  8   -2    4
[2,] -2    5    5
[3,]  4    5   10
```

✓ Que característica você percebe nessas matrizes?

Laboratório de Estatística - 2020

73



• Matrizes simétricas:



✓ A matriz é igual a sua transposta, ou seja

$$A = A^t$$

✓ A matrizes obtidas no slide anterior são simétricas?

✓ Será que sempre posso multiplicar uma matriz por sua transposta?

✓ O resultado desta multiplicação será sempre uma matriz simétrica?

Laboratório de Estatística - 2020

74



Arrays



- Arrays são similares a matrizes, mas podem ter mais de duas dimensões.

Laboratório de Estatística - 2020

75



Fatores



- Estrutura de dados para variável categórica:
 - ✓ Há análises que o R precisar distinguir códigos categóricos dos numéricos
 - ✓ Ex.: média de variável categórica

```
# variável sexo com 20 componentes "masc" e
# 30 "fem"
sexo <- c(rep("masc",20), rep("fem", 30))
sexo <- factor(sexo)
# armazena sexo como 20 1's and 30 2's e associa
# internamente 1=fem, 2=masc (alfabeticamente)
# R agora trata sexo com uma variável nominal
summary(sexo)
```

Laboratório de Estatística - 2020

77



Variável Categórica Codificada Numericamente



```
# variável codificando nível de dor de 5 pacientes
dor <- c(0, 3, 2, 2, 1) # cria o vetor dor
fdor <- factor(dor, level = 0:3) # Transforma em categórica

# muda nome dos níveis do fator
levels(fdor) <- c("nenhum", "leve", "medio", "grave")
fdor
levels(fdor) # extrai os nomes dos níveis do fator
as.numeric(fdor) # extrai códigos numéricos dos níveis do fator
```

Laboratório de Estatística - 2020

78



Fator Ordenado



- Usado para representação de variável ordinal

```
# Cria string denominada nivel (nível de negócios).
nivel <- c("baixo", "medio", "baixo", "baixo", "baixo", "baixo",
"medio", "baixo", "medio", "medio", "medio", "medio",
"alto", "alto", "baixo", "medio", "medio", "baixo", "alto")
is.factor(nivel) # verifica se nivel é fator
is.character(nivel) # verifica se nivel é string
fnivel <- factor(nivel) # transforma nivel em fator
is.factor(fnivel) # verifica se nivel é fator
levels(fnivel) # extrai os nomes dos níveis do fator

# Criando fator com a ordem correta dos níveis
fnivel.ord <- factor(nivel, levels = c("baixo", "medio", "alto"))
levels(fnivel.ord)
# ordenando fator
fnivel.ord2 <- ordered(fnivel, levels = c("baixo", "medio", "alto"))
levels(fnivel.ord2)
```

Laboratório de Estatística - 2020

79



Listas




- Coleção ordenada de objetos (componentes)
 - ✓ Permite que você reúna objetos de diferentes tipos sob o mesmo nome.

```
# Exemplo de uma lista com 4 componentes
# uma string, um vetor numérico, uma matriz e um escalar
w <- list(nome = "Thiago", numeros=peso, matriz=biometria, idade=62)
w
w$matriz


# Criação de lista contendo duas listas
v <- c(lista1, lista2)
```

Laboratório de Estatística - 2020

81



Listas – Indexação



- Identificação dos objetos de uma lista usando `[[]]`.

```
minhalista[[2]] # 2º componente da lista  
minhalista[["nome_dele"]] # componente denominado nome_dele na lista
```

Laboratório de Estatística - 2020

82